工作秘密 严禁外传
擅自泄露 严肃追责

成都市2020级高中毕业班第二次诊断性检测

数　学(理科)

本试卷分选择题和非选择题两部分。第Ⅰ卷(选择题)1至2页,第Ⅱ卷(非选择题)3至4页,共4页,满分150分,考试时间120分钟。

注意事项:

1. 答题前,务必将自己的姓名、考籍号填写在答题卡规定的位置上。
2. 答选择题时,必须使用2B铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑,如需改动,用橡皮擦擦干净后,再选涂其它答案标号。
3. 答非选择题时,必须使用0.5毫米黑色签字笔,将答案书写在答题卡规定的位置上。
4. 所有题目必须在答题卡上作答,在试题卷上答题无效。
5. 考试结束后,只将答题卡交回。

第Ⅰ卷　(选择题,共60分)

一、选择题:本大题共12小题,每小题5分,共60分.在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的.

1. 设全集$U=\mathbf{R}$,集合$A=\{x\mid 2<x\leqslant 4\}$,则

(A) $1\in A$　　(B) $2\in A$　　(C) $3\notin \complement_{\mathbf{R}}A$　　(D) $4\in \complement_{\mathbf{R}}A$

2. 函数$f(x)=\cos(x+\frac{3\pi}{2})+\cos x$的最小正周期为

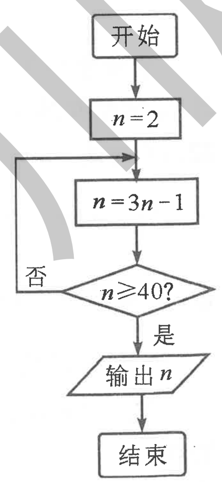
(A) $\frac{\pi}{2}$　　(B) π

(C) 2π　　(D) 4π

3. 执行如图所示的程序框图,输出的n的值为

(A) 40　　(B) 41

(C) 119　　(D) 122



4. 若实数x,y满足约束条件$\begin{cases}x-y-1\geqslant 0,\\ x+y-3\leqslant 0,\\ y\geqslant 0.\end{cases}$则$\frac{y}{x}$的最大值为

(A) 0　　(B) $\frac{1}{3}$　　(C) $\frac{1}{2}$　　(D) 2

5. 设F_1,F_2分别是双曲线$C:\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1(a>0,b>0)$的左、右焦点.$P$为双曲线$C$右支上一点,若$\angle F_1PF_2=\frac{\pi}{2}$,$|PF_2|=2a$,则双曲线$C$的离心率为

(A) $\sqrt{5}$　　(B) 2　　(C) $\sqrt{3}$　　(D) $\sqrt{2}$

6. 甲和乙两位同学准备在体育课上进行一场乒乓球比赛,假设甲对乙每局获胜的概率都为$\frac{1}{3}$,比赛采取三局两胜制(当一方获得两局胜利时,该方获胜,比赛结束),则甲获胜的概率为

(A) $\frac{5}{27}$　　(B) $\frac{7}{27}$　　(C) $\frac{2}{9}$　　(D) $\frac{1}{9}$

7. 已知命题p:空间中两条直线没有公共点,则这两条直线平行;命题q:空间中三个平面α,β,γ,若$\alpha\perp\gamma,\beta\perp\gamma,\alpha\cap\beta=l$,则$l\perp\gamma$.则下列命题为真命题的是

(A) $p\wedge q$　　(B) $p\wedge\neg q$　　(C) $p\vee\neg q$　　(D) $\neg p\wedge q$

8. 已知过抛物线$C:y=\frac{x^2}{8}$的焦点F,且倾斜角为$\frac{\pi}{3}$的直线l交抛物线C于A,B两点,则$|AB|=$

(A) 32　　(B) $\frac{32}{3}$　　(C) $\frac{28}{3}$　　(D) 8

9. 若奇函数$f(x)$满足$f(x)=f(2-x)$,且当$x\in[0,1]$时,$f(x)=\frac{x}{4-2x}$,则$f(23)=$

(A) -1　　(B) $-\frac{1}{2}$　　(C) 0　　(D) $\frac{1}{2}$

10. 正三棱锥$P-ABC$中,$AB=2\sqrt{6}$,顶点P到底面ABC的距离为2,其各顶点都在同一球面上,则该球的半径为

(A) $\sqrt{5}$　　(B) $\sqrt{6}$　　(C) $2\sqrt{2}$　　(D) 3

11. 已知$a=\frac{1}{2023}$,$b=\log_{2023}\frac{2024}{2023}$,$c=\log_{2024}\frac{2024}{2023}$,则

(A) $c<b<a$　　(B) $c<a<b$　　(C) $b<c<a$　　(D) $a<c<b$

12. 在$\triangle ABC$中,已知$\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{DC}$,$AC=3BC$,$\sin\angle BDC=3\sin\angle BAC$,当$\overrightarrow{CA}\cdot\overrightarrow{CB}-|\overrightarrow{AB}|$取得最小值时,$\triangle ABC$的面积为

(A) $\frac{\sqrt{3}}{4}$　　(B) $\frac{\sqrt{5}}{2}$　　(C) $\frac{3}{8}$　　(D) $\frac{3\sqrt{5}}{16}$

第Ⅱ卷 (非选择题,共90分)

二、填空题:本大题共4小题,每小题5分,共20分. 把答案填在答题卡上.

13. 复数 $z=2i+i^2+i^3$(i为虚数单位),则 $|z|$ 的值为______.

14. 已知 $\tan\theta=2$,则 $\cos2\theta=$______.

15. 若直线 $l_1: x+my-2=0$ 与 $l_2: mx-y+2=0(m\in\mathbf{R})$ 相交于点 P,过点 P 作圆 $C:(x+2)^2+(y+2)^2=1$ 的切线,切点为 M,则 $|PM|$ 的最大值为______.

16. 若函数 $f(x)=x\ln x-\frac{1}{2}ax^2$ 存在极大值点 x_0,且 $2f(x_0)>e^2$,则实数 a 的取值范围为______.

三、解答题:本大题共6小题,共70分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤.

17. (本小题满分12分)

某中学为了丰富学生的课余生活,欲利用每周一下午的自主活动时间,面向本校高二学生开设“厨艺探秘”“盆景栽培”“家庭摄影”“名画鉴赏”四门选修课,由学生自主申报,每人只能报一门,也可以不报. 该校高二有两种班型——文科班和理科班(各有2个班),据调查这4个班中有100人报名参加了此次选修课,报名情况统计如下:

	厨艺探秘	盆景栽培	家庭摄影	名画鉴赏
文科1班	11	5	14	6
文科2班	12	7	11	4
理科1班	3	1	9	3
理科2班	5	1	6	2

(Ⅰ)若把“厨艺探秘”“盆景栽培”统称为“劳育课程”,把“家庭摄影”“名画鉴赏”统称为“美育课程”. 请根据所给数据,完成下面的 2×2 列联表:

报名班型	课 程		合 计
	“劳育课程”	“美育课程”	
文科班			
理科班			
合 计			

(Ⅱ)根据(Ⅰ)列联表中所填数据,判断是否有99%的把握认为课程的选择与班型有关.

附: $K^2=\frac{n(ad-bc)^2}{(a+b)(c+d)(a+c)(b+d)}$.

$P(K^2\geqslant k_0)$	0.50	0.40	0.25	0.15	0.10	0.05	0.025	0.010	0.005
k_0	0.455	0.708	1.323	2.072	2.706	3.841	5.024	6.635	7.879

18. (本小题满分12分)

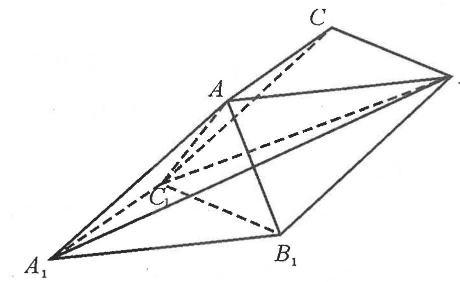
已知等比数列 $\{a_n\}$ 的公比为3,且 a_1, a_2+3, a_3-6 成等差数列.

(Ⅰ)求数列 $\{a_n\}$ 的通项公式;

(Ⅱ)求数列 $\{na_n\}$ 的前 n 项和 T_n.

19. (本小题满分12分)

如图,三棱柱 $ABC-A_1B_1C_1$ 中,$\triangle A_1B_1C_1$ 与 $\triangle AB_1C_1$ 均是边长为2的正三角形,且 $AA_1=\sqrt{6}$.



(Ⅰ)证明:平面 $AB_1C_1\perp$ 平面 $A_1B_1C_1$;

(Ⅱ)求平面 A_1C_1B 与平面 ACC_1A_1 所成锐二面角的余弦值.

20. (本小题满分12分)

已知 F_1, F_2 分别为椭圆 $C:\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$ 的左、右焦点,与椭圆 C 有相同焦点的双曲线 $\frac{x^2}{4}-y^2=1$ 在第一象限与椭圆 C 相交于点 P,且 $|PF_2|=1$.

(Ⅰ)求椭圆 C 的方程;

(Ⅱ)设直线 $y=kx+1$ 与椭圆 C 相交于 A, B 两点,O 为坐标原点,且 $\overrightarrow{OD}=m\overrightarrow{OB}$ $(m>0)$. 若椭圆 C 上存在点 E,使得四边形 $OAED$ 为平行四边形,求 m 的取值范围.

21. (本小题满分12分)

已知函数 $f(x)=\frac{e^{2x}}{x^a}$,其中 $x>0, a\in\mathbf{R}$.

(Ⅰ)求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(Ⅱ)当 $a>0$ 时,函数 $g(x)=a\ln x+\frac{f(x)}{e^2}-2x+1$ 恰有两个零点,求 a 的取值范围.

请考生在第22,23题中任选择一题作答,如果多做,则按所做的第一题记分. 作答时,用2B铅笔在答题卡上把所选题目对应的标号涂黑.

22. (本小题满分10分)选修4-4:坐标系与参数方程

在直角坐标系 xOy 中,曲线 C 的参数方程为 $\begin{cases}x=3t^2\\y=3t\end{cases}$($t$ 为参数). 以坐标原点 O 为极点,x 轴非负半轴为极轴建立极坐标系,直线 l 的极坐标方程为 $2\rho\sin(\theta+\frac{\pi}{6})=3$.

(Ⅰ)求直线 l 的直角坐标方程与曲线 C 的普通方程;

(Ⅱ)已知点 P 的直角坐标为 $(-3, 2\sqrt{3})$,直线 l 与曲线 C 相交于 A, B 两点,求 $|PA|+|PB|$ 的值.

23. (本小题满分10分)选修4-5:不等式选讲

已知函数 $f(x)=|x+1|+2|x-2|$.

(Ⅰ)画出 $y=f(x)$ 的图象;

(Ⅱ)求不等式 $f(x+2)>f(x)$ 的解集.